

Rec'd PCT/PTC 05 JAN 2005 #2

PCT 2004/002399

27. 2. 2004

日本国特許庁  
JAPAN PATENT OFFICE

別紙添付の書類に記載されている事項は下記の出願書類に記載されている事項と同一であることを証明する。

This is to certify that the annexed is a true copy of the following application as filed with this Office.

出願年月日 2003年 2月28日  
Date of Application:

出願番号 特願2003-053162  
Application Number:  
[ST. 10/C]: [JP 2003-053162]

出願人 三菱電機株式会社  
Applicant(s):

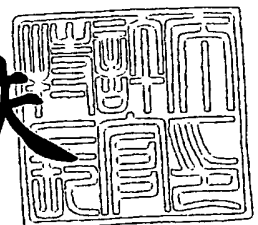


PRIORITY DOCUMENT  
SUBMITTED OR TRANSMITTED IN  
COMPLIANCE WITH  
RULE 17.1(a) OR (b)

2004年 4月 1日

特許庁長官  
Commissioner,  
Japan Patent Office

今井康夫



BEST AVAILABLE COPY

出証番号 出証特 2004-3026740

**【書類名】** 特許願  
**【整理番号】** 544704JP01  
**【提出日】** 平成15年 2月28日  
**【あて先】** 特許庁長官殿  
**【国際特許分類】** H03M 13/00  
**【発明者】**  
**【住所又は居所】** 東京都千代田区丸の内二丁目2番3号 三菱電機株式会  
 社内  
**【氏名】** 松本 渉  
**【特許出願人】**  
**【識別番号】** 000006013  
**【氏名又は名称】** 三菱電機株式会社  
**【代理人】**  
**【識別番号】** 100089118  
**【弁理士】**  
**【氏名又は名称】** 酒井 宏明  
**【手数料の表示】**  
**【予納台帳番号】** 036711  
**【納付金額】** 21,000円  
**【提出物件の目録】**  
**【物件名】** 明細書 1  
**【物件名】** 図面 1  
**【物件名】** 要約書 1  
**【プルーフの要否】** 要

【書類名】 明細書

【発明の名称】 検査行列生成方法および検査行列生成装置

【特許請求の範囲】

【請求項1】 列と行の重みまたはどちらか一方が均一でない低密度パリティ検査符号の検査行列を生成するための検査行列生成方法において、

符号化率を決定する符号化率決定ステップと、

「行と列の重みが一定」かつ「サイクル数が6以上」となる基本行列を生成する基本行列生成ステップと、

最終的に求める検査行列の列数および行数を決定する行列数決定ステップと、

生成した基本行列の行を特定の関係式に基づいて置換する置換ステップと、

行削除前の所定の条件に基づくガウス近似法の実行により、低密度パリティ検査符号の行の重みと列の重みのアンサンブルを暫定的に探索する第1の重み探索ステップと、

分割後の行数（最終的に求める検査行列の行数）を考慮して、前記置換後の基本行列の行を底辺から順に削除する行削除ステップと、

行削除後の所定の条件に基づくガウス近似法の実行により、低密度パリティ検査符号の行の重みと列の重みの最適なアンサンブルを探索する第2の重み探索ステップと、

前記最適なアンサンブルに基づいて前記行削除後の基本行列の行および列の重みを所定の手順でランダムに分割する分割ステップと、

を含むことを特徴とする検査行列生成方法。

【請求項2】 前記「行と列の重みが一定」かつ「サイクル数が6以上」となる基本行列として、「行と列の重みが一定」かつ「最小サイクル数が8」となる整数ラティス構造に基づく基本行列を生成することを特徴とする請求項1に記載の検査行列生成方法。

【請求項3】 前記置換ステップで用いる特定の関係式は、行列内の重みが列中の上部に配置されるように置換可能な式とすることを特徴とする請求項1または2に記載の検査行列生成方法。

【請求項4】 前記ガウス近似法では、符号化率を固定した状態で、かつガ

ウスノイズの分散値が最大になるように、行の重みと列の重みの最適なアンサンプルを1回の線形計画法で探索することを特徴とする請求項1、2または3に記載の検査行列生成方法。

【請求項5】 前記分割ステップでは、基本のランダム系列のラテン方阵を作成し、当該ラテン方阵に基づいて、前記行削除後の基本行列における各行および各列から重み「1」を抽出することにより、各列および各行をランダムに分割することを特徴とする請求項1～4のいずれか一つに記載の検査行列生成方法。

【請求項6】 列と行の重みまたはどちらか一方が均一でない低密度パリティ検査符号の検査行列を生成する検査行列生成装置において、

符号化率を決定する符号化率決定手段と、

「行と列の重みが一定」かつ「サイクル数が6以上」となる基本行列を生成する基本行列生成手段と、

生成した基本行列の行を特定の関係式に基づいて置換する置換手段と、

行削除前の所定の条件に基づくガウス近似法の実行により、低密度パリティ検査符号の行の重みと列の重みのアンサンプルを暫定的に探索する第1の重み探索手段と、

分割後の行数を考慮して、前記置換後の基本行列の行を底辺から順に削除する行削除手段と、

行削除後の所定の条件に基づくガウス近似法の実行により、低密度パリティ検査符号の行の重みと列の重みの最適なアンサンプルを探索する第2の重み探索手段と、

前記最適なアンサンプルに基づいて前記行削除後の基本行列の行および列の重みを所定の手順でランダムに分割する分割手段と、

を備えることを特徴とする検査行列生成装置。

【発明の詳細な説明】

【0001】

【発明の属する技術分野】

本発明は、誤り訂正符号として低密度パリティ検査（LDPC：Low-Density Parity-Check）符号を採用した場合における検査行列生成方法および検査行列生

成装置に関するものであり、特に、確定的で特性が安定したLDPC符号用検査行列を探索可能な検査行列生成方法および検査行列生成装置に関するものである。

。

## 【0002】

### 【従来の技術】

以下、従来のLDPC符号用検査行列生成方法について説明する。従来のLDPC符号化／復号システムにおいて、送信側の通信装置は符号化器と変調器とを備える構成とし、一方、受信側の装置は復調器と復号器とを備える構成とする。ここでは、従来のLDPC符号用検査行列生成方法を説明する前に、LDPC符号を使用した場合の符号化、復号の流れについて説明する。

## 【0003】

まず、送信側の符号化器では、後述する従来の方法で検査行列Hを生成する。そして、以下の条件に基づいて生成行列Gを求める。

$G: k \times n$  行列 ( $k$ : 情報長,  $n$ : 符号語長)

$GH^T = 0$  ( $T$ は転置行列)

## 【0004】

その後、符号化器では、情報長 $k$ のメッセージ( $m_1 m_2 \dots m_k$ )を受け取り、上記生成行列Gを用いて符号語Cを生成する。

$C = (m_1 m_2 \dots m_k) G$

$= (c_1 c_2 \dots c_n)$  (ただし、 $H (c_1 c_2 \dots c_n)^T = 0$ )

## 【0005】

そして、変調器では、生成した符号語Cに対して、BPSK (Binary Phase Shift Keying), QPSK (Quadrature Phase Shift Keying), 多値QAM (Quadrature Amplitude Modulation) などのデジタル変調を行い、送信する。

## 【0006】

一方、受信側では、復調器が、通信路を介して受け取った変調信号に対して、BPSK, QPSK, 多値QAMなどのデジタル復調を行い、さらに、復号器が、LDPC符号化された復調結果に対して、「sum-productアルゴリズム」による繰り返し復号を実施し、推定結果(もとの $m_1 m_2 \dots m_k$ に対応)を

出力する。

#### 【0007】

ここで、従来のLDPC符号用検査行列生成方法を具体的に説明する。LDPC符号用の検査行列としては、たとえば、非特許文献1により以下のような行列が提案されている(図16参照)。

#### 【0008】

図16に示す行列は、「1」と「0」の2値の行列で、「1」の部分塗りつぶしている。他の部分は全て「0」である。この行列は、1行の「1」の数(これを行の重みと表現する)が4で、1列の「1」の数(これを列の重みと表現する)が3であり、全ての列と行の重みが均一なため、これを一般に「Regular-LDPC符号」と呼んでいる。また、非特許文献1による符号では、たとえば、図16に示すように、行列を3ブロックに分け、2ブロック目と3ブロック目に対してランダム置換を行っている。

#### 【0009】

しかしながら、このランダム置換には、所定のルールがないため、より特性の良好な符号を見つけるためには、計算機による時間のかかる探索を行わなければならなかった。

#### 【0010】

そこで、たとえば、計算機探索によらなくても確定的に行列を生成でき、比較的安定した良好な特性を示すLDPC符号として、ユークリット幾何符号を用いる方法が、非特許文献2によって提案された。この方法では、規則的なensemble(アンサンブル)で構成された「Regular-LDPC符号」について説明されている。

#### 【0011】

非特許文献2によれば、有限幾何符号の一種であるユークリット幾何符号EG(2, 2<sup>6</sup>)を用いてLDPC符号の検査行列を生成する方法が提案されており、誤り率10<sup>-4</sup>点において、シャノン限界から1.45dBに接近した特性を得ている。図17は、たとえば、ユークリット幾何符号EG(2, 2<sup>2</sup>)の構成を示す図であり、行、列のそれぞれの重みが4, 4の「Regular-LDPC

符号」構造をしている。

#### 【0012】

したがって、ユークリット幾何符号  $EG(m, 2^s)$  の場合、その特性は、以下のよう規定される。

符号長:  $n = 2^{2s} - 1$   
冗長ビット長:  $n - k = 3^s - 1$   
情報長:  $k = 2^{2s} - 3^s$   
最小距離:  $d_{\min} = 2^s + 1$   
密度:  $r = 2^s / (2^{2s} - 1)$

#### 【0013】

図17を見ても分かるように、ユークリット幾何符号は、各行の「1」の配置が行毎に巡回シフトした構造になっており、符号が容易にかつ確定的に構成できる特長がある。

#### 【0014】

非特許文献2による検査行列の生成方法では、さらに、上記ユークリット幾何符号に基づいて行と列の重みを変更し、行、列を必要に応じて拡張している。たとえば、 $EG(2, 2^2)$  の列の重みを  $1/2$  に分離する場合、非特許文献2では、1列内に4つある重みを1つ置きに2個ずつ分離する。図18は、列の重みを4から2に規則的に分離した例を示す図である。

#### 【0015】

一方、上記「Regular-LDPC符号」の特性よりも「Irregular-LDPC符号」の特性の方が良好であることが、非特許文献3により報告された。そして、それは、非特許文献4あるいは非特許文献5によって理論的に解析された。なお、上記「Irregular-LDPC符号」は、列と行の重みがそれぞれあるいはどちらか一方が均一でないLDPC符号を表す。

#### 【0016】

特に、非特許文献5では、繰り返し復号器における入力と出力の対数尤度比 (LLR) がガウス分布に近似できると仮定してLDPC符号の「Sum-Product アルゴリズム」を解析し、良好な行と列の重みのアンサンブルを求めて

いる。

### 【0 0 1 7】

#### 【非特許文献1】

R.G. Gallager. Low-Density Parity Check Codes. M.I.T Press, Cambridge, MA, 1963.

#### 【非特許文献2】

Y. Kou, S. Lin, and M. P. C. Fossorier, "Low Density Parity Check Codes Based on Finite Geometries: A Rediscovery," ISIT 2000, pp. 200, Sorrento, Italy, June 25-30, 2000.

#### 【非特許文献3】

M. G. Luby, M. Mitzenmacher, M. A. Shokrollahi, and D. A. Spielman, "Improved Low-Density Parity-Check Codes Using Irregular Graphs and Belief Propagation," Proceedings of 1998 IEEE International Symposium on Information Theory, pp. 171, Cambridge, Mass., August 16-21, 1998.

#### 【非特許文献4】

T. J. Richardson and R. Urbanke, "The capacity of low-density parity-check codes under message-passing decoding," IEEE Trans. Inform. Theory, vol.47, No.2, pp.599-618, Feb. 2001.

#### 【非特許文献5】

S.-Y. Chung, T. J. Richardson, and R. Urbanke, "Analysis of Sum-Product Decoding of Low-Density Parity-Check Codes Using a Gaussian Approximation," IEEE Trans. Inform. Theory, vol.47, No.2, pp.657-670, Feb. 2001.

### 【0 0 1 8】

#### 【発明が解決しようとする課題】

しかしながら、たとえば、上記非特許文献5による従来のLDPC符号用検査行列生成方法は、行内の「1」の点の数（後述するバリエブルノードの次数配分に相当）と、列内の「1」の点の数（後述するチェックノードの次数配分に相当）と、の両方を変数として、下記の（1）式（rate：符号化率）が最大とな

るバリエブルノードの次数配分およびチェックノードの次数配分を求めている。  
すなわち、SNR (Signal to Noise Ratio) が最小となるアンサンブルを線形  
計画法により探索している。

【0019】

【数1】

$$\text{rate} = 1 - \frac{\int_0^1 \rho(x)}{\int_0^1 \lambda(x)} \quad \dots(1)$$

【0020】

そのため、上記「rate」の最大値により得られる検査行列が流動的になり、特性が安定しない、という問題があった。また、従来のLDPC符号用検査行列生成方法は、バリエブルノードの次数配分の導出とチェックノードの次数配分の導出とを所定回数にわたって繰り返し行っているため、探索処理にある程度の時間を要する、という問題もあった。

【0021】

本発明は、上記に鑑みてなされたものであって、確定的で特性が安定し、かつ任意のアンサンブルに対応したLDPC符号用の検査行列を容易に探索可能で、さらに、性能の良好な検査行列生成方法および検査行列生成装置を得ることを目的とする。

【0022】

【課題を解決するための手段】

上述した課題を解決し、目的を達成するために、本発明にかかる検査行列生成方法にあっては、列と行の重みまたはどちらか一方が均一でない低密度パリティ検査符号の検査行列を生成するための検査行列生成方法であって、符号化率を決定する符号化率決定ステップと、「行と列の重みが一定」かつ「サイクル数が6以上」となる基本行列を生成する基本行列生成ステップと、生成した基本行列の行を特定の関係式に基づいて置換する置換ステップと、行削除前の所定の条件に基づくガウス近似法の実行により、低密度パリティ検査符号の行の重みと列の重みのアンサンブルを暫定的に探索する第1の重み探索ステップと、分割後の行数

を考慮して、前記置換後の基本行列の行を底辺から順に削除する行削除ステップと、行削除後の所定の条件に基づくガウス近似法の実行により、低密度パリティ検査符号の行の重みと列の重みの最適なアンサンブルを探索する第2の重み探索ステップと、前記最適なアンサンブルに基づいて前記行削除後の基本行列の行および列の重みを所定の手順でランダムに分割する分割ステップと、を含むことを特徴とする。

### 【0023】

この発明によれば、まず、符号化率を決定し、つぎに、たとえば、行と列の重みが一定かつ最小サイクル数が8となる「整数ラティス構造に基づく基本行列」を生成し、つぎに、生成した基本行列を行列内の重みが列中の上部に配置されるように置換し、つぎに、行削除前の条件に基づくガウス近似法の実行により、Irregular-LDPC符号のアンサンブルを暫定的に探索し、つぎに、分割後の行数を考慮して置換後の基本行列を底辺から順に削除し、つぎに、行削除後の条件に基づくガウス近似法の実行により、Irregular-LDPC符号の最適なアンサンブルを探索し、最後に、最適なアンサンブルに基づいて行削除後の基本行列の重みをランダムに分割する。

### 【0024】

#### 【発明の実施の形態】

以下に、本発明にかかる検査行列生成方法および検査行列生成装置の実施の形態を図面に基づいて詳細に説明する。なお、この実施の形態によりこの発明が限定されるものではない。

### 【0025】

#### 実施の形態1.

図1は、本発明にかかるLDPC符号用検査行列生成方法を示すフローチャートである。なお、本実施の形態におけるLDPC符号用検査行列生成方法は、たとえば、設定されるパラメータに応じて通信装置内で実行する構成としてもよいし、通信装置外部の他の制御装置（計算機等）で実行することとしてもよい。本実施の形態におけるLDPC符号用検査行列生成方法が通信装置外部で実行される場合は、生成済みのLDPC符号用検査行列が通信装置に格納される。以降の

実施の形態では、説明の便宜上、通信装置内で上記方法を実行する場合について説明する。

#### 【0026】

まず、本実施の形態のLDPC符号用検査行列生成方法を説明する前に、本実施の形態のLDPC符号用検査行列生成方法を実現可能な符号化器および復号器の位置付け、および「Irregular-LDPC符号」用の従来の検査行列生成方法について説明する。

#### 【0027】

図2は、LDPC符号化／復号システムを示す図である。図2において、送信側の通信装置は、符号化器101と変調器102を含む構成とし、受信側の通信装置は、復調器104と復号器105を含む構成とする。ここで、LDPC符号を使用した場合の符号化、復号の流れについて説明する。

#### 【0028】

送信側の符号化器101では、後述する本実施の形態のLDPC符号用検査行列生成方法で検査行列Hを生成する。そして、以下の条件に基づいて生成行列Gを求める。

$G: k \times n$  行列 ( $k$ : 情報長,  $n$ : 符号語長)

$GH^T = 0$  ( $T$ は転置行列)

#### 【0029】

その後、符号化器101では、情報長 $k$ のメッセージ( $m_1 m_2 \dots m_k$ )を受け取り、上記生成行列Gを用いて符号語Cを生成する。

$$\begin{aligned} C &= (m_1 m_2 \dots m_k) G \\ &= (c_1 c_2 \dots c_n) \quad (\text{ただし、} H(c_1 c_2 \dots c_n)^T = 0) \end{aligned}$$

#### 【0030】

そして、変調器102では、生成した符号語Cに対して、BPSK, QPSK, 多値QAMなどのデジタル変調を行い、送信する。

#### 【0031】

一方、受信側では、復調器104が、通信路103を介して受け取った変調信号に対して、BPSK, QPSK, 多値QAMなどのデジタル復調を行い、さら

に、復号器105が、LDPC符号化された復調結果に対して、「sum-product アルゴリズム」による繰り返し復号を実施し、推定結果（もとの $m_1$   
 $m_2 \cdots m_k$ に対応）を出力する。

#### 【0032】

つづいて、非特許文献5によって理論的に解析された、「Irregular-LDPC符号」用の従来の検査行列生成方法について詳細に説明する。ここでは、繰り返し復号器における入力と出力の対数尤度比（LLR）がガウス分布に近似できると仮定してLDPC符号の「Sum-Product アルゴリズム」を解析し、良好な行と列の重みのアンサンブルを求めている。

#### 【0033】

なお、上記非特許文献5に記述されたLDPC符号用検査行列生成方法であるガウス近似法（Gaussian Approximation）では、前提として、検査行列における行内の「1」の点をバリエブルノードと定義し、列内の「1」の点をチェックノードと定義する。

#### 【0034】

まず、チェックノードからバリエブルノードへのLLRメッセージ伝搬を解析する。 $0 < s < \infty$ と $0 \leq t < \infty$ という条件において、以下の関数（2）式を定義する。ただし、 $s = m_{u0}$ は $u_0$ の平均値であり、 $u_0$ は分散値 $\sigma_n^2$ のガウスノイズを含む伝送路を経由して受信した信号の対数尤度比（LLR）であり、 $t$ は所定の繰り返しの時点におけるチェックノードのLLR出力値のアンサンブル平均である。

#### 【0035】

#### 【数2】

$$f_j(s, t) = \phi^{-1} \left( 1 - \left[ 1 - \sum_{i=2}^{d_i} \lambda_i \phi(s + (i-1)t) \right]^{j-1} \right)$$

$$f(s, t) = \sum_{j=2}^{d_r} \rho_j f_j(s, t) \quad \cdots (2)$$

#### 【0036】

なお、 $\lambda_i$ と $\rho_i$ は、それぞれ次数 $i$ のバリアブルノードとチェックノードに属するエッジの比率を表す。また、 $d_l$ は最大バリアブルノードの次数であり、 $d_r$ は最大チェックノードの次数である。また、上記 $\lambda(x)$ および $\rho(x)$ は、それぞれバリアブルノードおよびチェックノードの次数配分（バリアブルノードとチェックノードの各1行、各1列内の「1」の数を次数と表現する）の生成関数を表し、(3)式および(4)式のように表すことができる。

【0037】

【数3】

$$\lambda(x) = \sum_{i=2}^{d_l} \lambda_i x^{i-1} \quad \dots(3)$$

【0038】

【数4】

$$\rho(x) = \sum_{i=2}^{d_r} \rho_i x^{i-1} \quad \dots(4)$$

【0039】

また、上記式(2)の $\phi(x)$ は下記(5)式のように定義する。

【0040】

【数5】

$$\phi(x) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{\sqrt{4\pi x}} \int_R \tanh \frac{u}{2} \cdot e^{-\frac{(u-x)^2}{4x}} du & \text{if } x > 0 \\ 1 & \text{if } x \leq 0 \end{cases} \quad \dots(5)$$

【0041】

そして、上記(2)式は、等価的に下記(6)式と表すことができる。

【0042】

【数6】

$$t_1 = f(s, t_{1-1}) \quad \dots(6)$$

## 【0043】

なお、 $t_1$ は1番目の繰り返し時点におけるチェックノードのLLR出力値のアンサンブル平均である。

## 【0044】

ここで、誤りが0となりうるSNRの限界 (threshold) を求めるための条件は、 $1 \rightarrow \infty$ のときに $t_1(s) \rightarrow \infty$  ( $R^+$ と表現する) となることであり、この条件を満たすためには、以下の条件(7)式を満たす必要がある。

## 【0045】

## 【数7】

$$t < f(s, t), \text{ 全ての } t \in \mathbb{R}^+ \quad \dots(7)$$

## 【0046】

つぎに、バリアブルノードからチェックノードへのLLRメッセージ伝搬を解析する。 $0 < s < \infty$ と $0 < r \leq 1$ という条件において、以下の関数(8)式を定義する。なお、 $r$ の初期値 $r_0$ は $\phi(s)$ である。

## 【0047】

## 【数8】

$$h_i(s, r) = \phi \left( s + (i-1) \sum_{j=2}^{d_i} \rho_j \phi(1 - (1-r)^{j-1}) \right)$$

$$h(s, r) = \sum_{i=2}^{d_1} \lambda_i h_i(s, r) \quad \dots(8)$$

## 【0048】

そして、(8)式は、等価的に下記(9)式と表すことができる。

## 【0049】

## 【数9】

$$r_1 = h(s, r_{1-1}) \quad \dots(9)$$

## 【0050】

ここで、誤りが0となりうるSNRの限界 (threshold) を求めるための条件は、 $r_1(s) \rightarrow 0$  となることであり、この条件を満たすためには、以下の条件 (10) 式を満たす必要がある。

【0051】

【数10】

$$r > h(s, r), \text{ 全ての } r \in (0, \phi(s)) \quad \dots(10)$$

【0052】

さらに、上記非特許文献5では、上記式を用いて以下の手順でバリエーションとチェックノードの最適な次数を探索している (ガウス近似法)。

(1) 生成関数  $\lambda(x)$  とガウスノイズ  $\sigma_n$  が与えられていると仮定し、生成関数  $\rho(x)$  を変数として、前述した (1) 式が最大となる点を探索する。なお、この探索における拘束条件は、 $\rho(1) = 1$  と正規化することと、上記 (7) 式を満たすことである。

(2) 生成関数  $\rho(x)$  とガウスノイズ  $\sigma_n$  が与えられていると仮定し (たとえば、(1) の結果より得られる値)、生成関数  $\lambda(x)$  を変数として、(1) 式が最大となる点を探索する。なお、この探索における拘束条件は、 $\lambda(1) = 1$  と正規化することと、上記 (10) 式を満たすことである。

(3) 最大「rate」を求めるために、上記 (1) と上記 (2) を繰り返し実行し、生成関数  $\lambda(x)$  と生成関数  $\rho(x)$  のより良好なアンサンブルを線形計画法で探索する。

(4) 最後に、ガウスノイズ  $\sigma_n$  より信号電力を1と正規化して、SNRの限界 (threshold) を求める ((11) 式参照)。

【0053】

【数11】

$$\text{threshold (dB)} = -10 * \log_{10}(2 * \sigma_n^2) \quad \dots(11)$$

【0054】

しかしながら、上記非特許文献5では、「rate (符号化率)」の最大値に

より得られる検査行列が流動的になり、設計時の仕様として固定される  $rate$  が変動してしまう、という問題があった。また、上記非特許文献5では、バリエーションの次数配分の導出とチェックノードの次数配分の導出とを所定回数にわたって繰り返し行っているため、探索処理にある程度の時間を要する、という問題や、任意のアンサンブル、任意の符号長、任意の符号化率に容易に対応することができない、という問題もあった。

#### 【0055】

そこで、本実施の形態においては、確定的で特性が安定し、かつ任意のアンサンブル、任意の符号長、任意の符号化率に対応した「Irregular-LDPC符号」用の検査行列を、短時間で容易に探索する方法について説明する（図1参照）。具体的にいうと、ここでは、後述する基本行列（定義：「行と列の重みが一定」かつ「サイクル数が6以上」）を用いて「Irregular-LDPC符号」用の検査行列を生成する。

#### 【0056】

本実施の形態のLDPC符号用検査行列生成方法では、まず、符号化率  $rate$  を決定する（ステップS1）。ここでは、一例として、符号化率を  $rate = 0.5$  とする。

#### 【0057】

つぎに、「Irregular-LDPC符号」の検査行列を求めるために必要な基本行列（定義：「行と列の重みが一定」かつ「サイクル数が6以上」）として、たとえば、整数ラティス構造に基づく基本行列を生成する（ステップS2）。LDPC符号を用いた符号化／復号においては、一般的に、2部グラフ上に「サイクル4」および「サイクル6」が少ないほど良好な特性を得ることができる。したがって、LDPC符号としては、「サイクル4」や「サイクル6」といった少ないサイクルの発生を抑制する構造が望ましい。そこで、本実施の形態では、特に、最小サイクルを8とする基本行列を生成する。なお、以下では、整数ラティス構造に基づく基本行列（最小サイクル8）の生成手順について説明するが、これに限らず、基本行列は、上記定義を満たしていれば、Cayleyグラフによる基本行列やRamanujanグラフによる基本行列等、他の行列を用

いることとしてもよい。

### 【0058】

ここで、整数ラティス構造に基づく基本行列の生成手順について説明する。

(1) まず、整数ラティス構造における点を結ぶ線（点の組み合わせ）の集合を設計する。たとえば、ラティス構造の集合  $L$  を  $L = (x, y)$  とする。なお、 $x$  は  $0 \leq x \leq k-1$  の整数であり、 $y$  は  $0 \leq y \leq m-1$  の整数であり、 $k$  は整数であり、 $m$  は素数である。また、 $l(x, y)$  を、集合  $L$  を点の集合  $V$  へ写像するための線形写像とする。図3は、たとえば、 $l(x, y) = m \times x + y + 1$  とし、 $m=5$ 、 $k=3$  とした場合のラティス構造を示す図である。なお、図3において、所定の条件を満たす点の組み合わせを線（ブロック）と呼ぶ。たとえば、傾き  $s$  ( $0 \leq s \leq m-1$ ) の線は、点  $(0, a)$  を開始点とする  $l(x, a + s \times x \bmod m)$  の線 ( $a$  は  $0 \leq a \leq m-1$ ) で構成される。これにより、傾き  $s$  の線を単位とする  $m$  個のクラスが生成できる。図4は、傾き  $s$  の線を単位とする  $m$  個のクラスを示す図である。

(2) 図5に示すアルゴリズムに基づいて最小サイクルを8とする集合を設計する。すなわち、基本行列の列数、行数、列の重み、行の重み、を検索する。なお、図5においては、 $S$  を傾き  $s$  の集合とし、 $B(s)$  を傾き  $s$  に対応するクラスの集合とする。

### 【0059】

図6は、 $m=5$ 、 $k=3$  とし、上記アルゴリズムを実行した場合の検索結果を示す図である。なお、 $N = |B|$  は基本行列の列数を表し、 $M = |V|$  は基本行列の行数を表し、 $d_c$  は基本行列の行の重みを表し、 $d_v$  は基本行列の列の重みを表す。また、図7は、上記アルゴリズムの実行結果、すなわち、基本行列を示す図である。

### 【0060】

ただし、基本行列は、後述する行と列の分割を実現するため、比較的大きいサイズに設計する必要がある。たとえば、 $k=10$ 、 $m=353$  として、上記アルゴリズムを実行すると、図8に示す検索結果が得られる。図8に示すように、 $d_v=10$ 、 $d_c=7$  程度であれば、後述する分割処理に対応できる。このように、

本実施の形態では、上記ステップS2の処理を実行することによって、整数ラティス構造に基づく基本行列の列数 $N (= 2471)$ と、整数ラティス構造に基づく基本行列の行数 $M (= 3530)$ を確定する。

#### 【0061】

つぎに、最終的に求める検査行列（「Irregular-LDPC符号」の検査行列）の列数 $N'$ を決定する（ステップS3）。この時点で、「Irregular-LDPC符号」の検査行列の行数 $M'$ は、 $M' = N' \times (1 - \text{rate})$ により値が確定する。たとえば、 $N' = 6000$ 、 $\text{rate} = 0.5$ の場合、 $M'$ は $M' = 6000 \times 0.5 = 3000$ となる。

#### 【0062】

つぎに、上記のように生成した基本行列を、列内の1の位置が列中のできるだけ上部にくるように、図9に示すアルゴリズムで並べ替える（ステップS4）。図9は、基本行列の置換（並べ替え）手順のアルゴリズムを示す図である。また、図10は、置換後の基本行列の一例を示す図である。ここでは、図7に示す $k = 3$ 、 $m = 5$ の基本行列を、図9に示すアルゴリズムで並べ替えている。この並べ替え処理により、後述する行の削除処理を行う場合に、できるだけ重みの大きい列を残すことができ、かつ列内の重みのバリエーションをできるだけ少なくすることができる。

#### 【0063】

つぎに、ガウス近似法による最適化を用いて、要求された符号化率に基づく「Irregular-LDPC符号」のアンサンブル（次数配分）を、以下の制約条件式(12)を用いて暫定的に求める（ステップS5）。なお、 $\gamma_i$  ( $i = 1, 2, \dots, \text{max}$ 、 $2 \leq \gamma_1 < \gamma_2 < \dots < \gamma_{\text{max}}$ )は列の重みを表し、 $\mu$ 、 $\mu + 1$  ( $2 \leq \mu \leq d_c - 1$ )は行の重みを表し、 $d_c$ は基本行列の行の重みを表し、 $\lambda_{\gamma_i}$  ( $0 \leq \lambda_{\gamma_i} \leq 1$ )は列の重み $\gamma_i$ に属するエッジの比率を表し、 $\rho_{\mu}$ 、 $\rho_{\mu+1}$  ( $0 \leq [\rho_{\mu}, \rho_{\mu+1}] \leq 1$ )は行の重み $\mu$ 、 $\mu + 1$ に属するエッジの比率を表し、 $b_{\mu}$ 、 $b_{\mu+1}$ は非負の整数を表し、 $\lambda(x)$ は列の重み配分の生成関数を表し、 $\rho(x)$ は行の重み配分の生成関数を表し、 $n_{\mu}$ 、 $n_{\mu+1}$ は行の重み $\mu$ 、 $\mu + 1$ の行数を表し、 $n_{\gamma_i}$

は、列の重み  $\gamma_i$  の列数を表す。また、上記  $\lambda(x)$  ,  $\rho(x)$  は式 (13) で定義される。

【0064】

【数12】

$$\begin{aligned} \rho(x) &= \rho_{-\mu} \times x^{\mu-1} + (1 - \rho_{-\mu}) \times x^{\mu} \quad \dots(12) \\ b_{-\mu} \times \mu + b_{-(\mu+1)} \times (\mu+1) &= d_c \end{aligned}$$

【0065】

【数13】

$$\begin{aligned} \rho_{-\mu_i} &= \frac{\mu \times b_{-\mu}}{d_c} \quad \dots(13) \\ \rho_{-(\mu+1_i)} &= \frac{(\mu+1) \times b_{-(\mu+1)}}{d_c} \end{aligned}$$

【0066】

ここで、列の重み配分の生成関数  $\lambda(x)$  と行の重み配分の生成関数  $\rho(x)$  のアンサンブルを探索するための本実施の形態のガウス近似法の実行手順について説明する。

(1) 符号化率「rate」を固定する (ステップS1)。

(2) 生成関数  $\lambda(x)$  と生成関数  $\rho(x)$  を同時に変数として扱い、ガウスノイズ  $\sigma_n$  が最大になるように、線形計画法で最適な生成関数  $\lambda(x)$  と生成関数  $\rho(x)$  を探索する (下記 (14) 式参照)。この探索における拘束条件は、後述する (18) 式を満たすことである。

【0067】

【数14】

$$\begin{aligned}
 h_i(s, r) &= \phi \left( s + (i-1) \sum_{j=2}^{\mu_{\max}} \rho_j \phi(1 - (1-r)^{j-1}) \right) \\
 h(s, r) &= \sum_{i=2}^{\gamma_{\max}} \lambda_i h_i(s, r) \quad \dots(14) \\
 \phi(x) &= \begin{cases} 1 - \frac{1}{\sqrt{4\pi x}} \int_R \tanh \frac{\mu}{2} \cdot e^{-\frac{(\mu-x)}{4x}} d\mu, & \text{if } x > 0 \\ 1, & \text{if } x \leq 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

【0068】

なお、上記  $s$  は、送信信号として  $\{-1, 1\}$  の2値信号が出力され、ガウス通信路を通して受信した信号の対数尤度比 (LLR) の平均値であり、 $s = 2 / \sigma_n^2$  により導出できる。

【0069】

このように、本実施の形態では、所定の条件を満たす生成関数  $\lambda(x)$  と生成関数  $\rho(x)$  を1回の線形計画法で求めることとしたため、非特許文献5のように、生成関数  $\lambda(x)$  の導出と生成関数  $\rho(x)$  の導出を繰り返し実行し、双方の最適値を求める方法よりも、容易かつ短時間に、確定的でかつ特性が安定したアンサンブルを生成できる。

【0070】

つぎに、上記ステップS5で求めた  $b_{\mu}$ ,  $b_{\mu+1}$ ,  $\mu$ ,  $\mu+1$  にしたがって後述する行の分割処理を実行した後の行数を  $M' (= 3000)$  とし、基本行列の行数を  $M (= 3530)$  とした場合、下記(15)式に示す行数を、置換後の基本行列の底辺から順に削除する(ステップS6)。この例では、 $(3530 - 3000) / (1+0) = 530$  行が削除の対象となる。行削除後の行列は、列の重みのセットが  $\{d_1, d_2, \dots, d_v\}$  となる。

【0071】

【数15】

$$\left[ \frac{M - M'}{b_{-\mu} + b_{-(\mu+1)}} \right] \quad \dots(15)$$

【0072】

つぎに、上記本実施の形態のガウス近似法による最適化を用いて、要求された符号化率に基づく「Irregular-LDPC符号」のアンサンブル（次数配分）を、以下の制約条件式（16）、（17）、（18）、（19）を用いて求める（ステップS7）。なお、（16）式の $a(\beta)_{i,j}$ で示される行列 $\beta = \{2, 3, \dots, d_v\}$ は、（16）式を満たす全ての要素を含む非負の整数 $I(\beta) \times L$ の行列を表す。また、（17）式の $A(\beta)_{i,j}$ で示される行列は、非負の整数 $I \times I$ の正方行列を表す。

【0073】

【数16】

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} a(2)_{1,1} & a(2)_{1,2} & \dots & a(2)_{1,\max} \\ a(2)_{2,1} & a(2)_{2,2} & \dots & a(2)_{2,\max} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a(2)_{I(2),1} & a(2)_{I(2),2} & \dots & a(2)_{I(2),\max} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \vdots \\ \gamma_{\max} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ \vdots \\ 2 \end{bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} a(3)_{1,1} & a(3)_{1,2} & \dots & a(3)_{1,\max} \\ a(3)_{2,1} & a(3)_{2,2} & \dots & a(3)_{2,\max} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a(3)_{I(3),1} & a(3)_{I(3),2} & \dots & a(3)_{I(3),\max} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \vdots \\ \gamma_{\max} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ \vdots \\ 3 \end{bmatrix} \\ & \vdots \\ & \begin{bmatrix} a(d_r)_{1,1} & a(d_r)_{1,2} & \dots & a(d_r)_{1,\max} \\ a(d_r)_{2,1} & a(d_r)_{2,2} & \dots & a(d_r)_{2,\max} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a(d_r)_{I(\beta),1} & a(d_r)_{I(\beta),2} & \dots & a(d_r)_{I(\beta),\max} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \vdots \\ \gamma_{\max} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_v \\ d_v \\ \vdots \\ d_v \end{bmatrix} \\ & \dots(16) \end{aligned}$$

【0074】

【数17】

$$\begin{bmatrix} A(\beta)_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & A(\beta)_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & A(\beta)_1 \end{bmatrix} \quad \dots(17)$$

【0075】

【数18】

$$\begin{aligned} \frac{\int_0^1 \rho(x)}{\int_0^1 \lambda(x)} &= 1 - \text{rate} \\ \lambda(1) &= 1, \rho(1) = 1 \\ r > h(s, r), \text{ 全ての } r \in (0, \phi(s)) \end{aligned} \quad \dots(18)$$

【0076】

【数19】

$$\begin{aligned} \sum_{\beta=2}^{d_v} \sum_{i=1}^I A(\beta)_i &= N' \\ n_{-} \gamma_i &= \sum_{\beta=2}^{d_v} \sum_{i=1}^I A(\beta)_i \cdot a_{i,j} \\ \lambda_{-} \gamma_i &= \frac{\gamma_i \times n_{-} \gamma_i}{M' \times d_c} \\ b_{-} \mu \times \mu + b_{-} (\mu+1) \times (\mu+1) &= d_c \\ n_{-} \mu &= b_{-} \mu \times M', n_{-} (\mu+1) = b_{-} (\mu+1) \times M' \\ \rho_{-} \mu &= \frac{\mu \times n_{-} \mu}{M' \times d_c}, \rho_{-} (\mu+1) = \frac{(\mu+1) \times n_{-} (\mu+1)}{M' \times d_c} \end{aligned} \quad \dots(19)$$

【0077】

図11は、上記の手順でアンサンブルを調整した場合の、ステップS7における最終的な生成関数 $\lambda(x)$ と生成関数 $\rho(x)$ のアンサンブルを示す図である。

## 【0078】

最後に、置換後の基本行列における1行あるいは1列の分割手順（ステップS8）について説明する。たとえば、分割手順に関して、非特許文献2では、規則的に分割する方法を提示している。図12は、上記論文における分割手順を示す図である。まず、図12に示すように行列のナンバリングを行う。ここでは、列番号を左端から順に1, 2, 3, …とし、行番号を上から順に1, 2, 3, …とする。そして、たとえば、32点×1列を8点×4列に分割する場合、下記(20)式にしたがって規則的に分割する。

## 【0079】

【数20】

$$S_m(n) = B_1(m + 4 * n) \quad \dots(20)$$

## 【0080】

なお、 $m=1, 2, 3, 4$ とし、 $n=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ とし、 $1$ はEG(2, 2<sup>5</sup>)の列番号を表す。また、 $B_1(x)$ はEG(2, 2<sup>5</sup>)の1列目の「1」の位置を表し、 $S_m(n)$ は分割後の行列の $m$ 列目の「1」の位置を表す。

## 【0081】

具体的にいうと、EG(2, 2<sup>5</sup>)における1列中の「1」の位置を示す行番号は、

$$B_1(x) = \{1 \ 32 \ 114 \ 136 \ 149 \ 223 \ 260 \ 382 \ 402 \ 438 \ 467 \ 507 \ 574 \ 579 \ 588 \ 622 \ 634 \ 637 \ 638 \ 676 \ 717 \ 728 \ 790 \ 851 \ 861 \ 879 \ 947 \ 954 \ 971 \ 977 \ 979 \ 998\}$$

となり、その結果、分割後の行列における1～4列目の「1」の位置を示す行番号は、 $B_1(x)$ から「1」の番号が規則的に抽出され、

$$S_1(n) = \{1 \ 149 \ 402 \ 574 \ 634 \ 717 \ 861 \ 971\}$$

$$S_2(n) = \{32 \ 223 \ 438 \ 579 \ 637 \ 728 \ 879 \ 977\}$$

$$S_3(n) = \{114 \ 260 \ 467 \ 588 \ 638 \ 790 \ 947 \ 979\}$$

$$S_4(n) = \{136 \ 382 \ 507 \ 622 \ 676 \ 851 \ 954 \ 998\}$$

となる。すなわち、32点×1列が8点×4列に分割される。

## 【0082】

一方、本発明における置換後の基本行列の分割処理は、上記のように規則的に分割するのではなく、 $B_1(x)$  から「1」の番号をランダムに抽出する（後述するランダム分割の具体例を参照）。なお、この抽出処理は、ランダム性が保持されるのであればどのような方法を用いてもよい。

## 【0083】

これにより、分割後の行列の  $m$  列目の「1」の位置の一例を  $R_m(n)$  とした場合、 $R_m(n)$  は、たとえば、

$$\begin{aligned} R_1(n) &= \{1\ 114\ 574\ 637\ 851\ 879\ 977\ 979\} \\ R_2(n) &= \{32\ 136\ 402\ 467\ 588\ 728\ 861\ 971\} \\ R_3(n) &= \{149\ 260\ 382\ 438\ 579\ 638\ 717\ 998\} \\ R_4(n) &= \{223\ 507\ 622\ 634\ 676\ 790\ 947\ 954\} \end{aligned}$$

となる。

## 【0084】

ここで、上記ランダム分割の一例、すなわち、上記「乱数系列のラテン方阵を用いた分割方法」を詳細に説明する。ここでは、ランダム分割を行う場合のランダム系列を容易かつ確定的に生成する。この方法による利点は、送信側と受信側が同じランダム系列を生成できることにある。これは、現実のシステムではきわめて重要となる。また、符号特性の条件が正確に規定できる、という利点もある。

## 【0085】

(1) 基本のランダム系列を作成する。

以下に、ランダム系列作成の一例を記述する。ここでは、便宜上、ユークリット幾何符号  $EG(2, 2^5)$  を用いて説明する。ユークリット幾何符号  $EG(2, 2^5)$  の場合、1行に存在する「1」の数は  $2^5 = 32$  個である。

## 【0086】

$P$  を  $P \geq d_v = 2^s$  を満たす最小の素数とした場合、たとえば、 $d_v = 2^5$  のときは  $P = 37$  となる。ここで、系列長  $P - 5 = 32$  の基本のランダム系列  $C(i)$  を (21) 式にしたがって作成する。なお、 $d_v$  は列の最大重みを表す。したが

って、ユークリット幾何符号以外を基本行列に選んだ場合であっても、その基本行列の  $d_v$  を用いれば、この分割処理を適用できる。

$$C(1) = 1$$

$$C(i+1) = G_0 \times C(i) \mod P \quad \dots (21)$$

ただし、 $i = 0, 1, \dots, P-2$  とし、 $G_0$  はガロア体  $GF(P)$  の原始元である。その結果、 $C(i)$  は、

$$C(i) = \{1 \ 2 \ 4 \ 8 \ 16 \ 32 \ 27 \ 17 \ 34 \ 31 \ 25 \ 13 \ 26 \ 15 \ 30 \ 23 \\ 9 \ 18 \ 36 \ 35 \ 33 \ 29 \ 21 \ 5 \ 10 \ 20 \ 3 \ 6 \ 12 \ 24 \ 11 \ 22 \\ 7 \ 14 \ 28 \ 19\}$$

となる。

【0087】

(2) 系列長が  $d_v = 2^5 = 32$  となるように、32 より大きい数を削除する。

$$C(i) = \{1 \ 2 \ 4 \ 8 \ 16 \ 32 \ 27 \ 17 \ 31 \ 25 \ 13 \ 26 \ 15 \ 30 \ 23 \ 9 \\ 18 \ 29 \ 21 \ 5 \ 10 \ 20 \ 3 \ 6 \ 12 \ 24 \ 11 \ 22 \ 7 \ 14 \ 28 \ 19\}$$

【0088】

(3) 以下の (22) 式で置換パターン  $LB_j(i)$  を作成する。

$$LB_j(i) = (j \times i) \mod P + 1$$

$$j = 1, 2, \dots, d_v$$

$$i = 1, 2, \dots, P-1 \quad (22)$$

なお、 $LB_j(i)$  も  $d_v$  より大きい数字は削除する。図13は、基本のランダム系列  $C(i)$  と基本のランダム系列の置換パターン  $LB_j(i)$  を示す図である。

。

【0089】

(4)  $q$  列  $i$  行で  $j$  番目のラテン方阵行列  $L_{jq}(i)$  を以下の (23) 式で算出することによって、分割処理を行う。このとき、ステップ S6 の削除処理によって、列の重み  $d_{\beta}$  が  $d_{\beta} < d_v$  の場合には、 $d_{\beta}$  以上の数字を  $L_{jq}(i)$  の要素から間引く。

$$L_{jq}(i) = C(LB_j((q+i-2) \mod d_v + 1))$$

$$j = 1, 2, \dots, d_v$$

$$i = 1, 2, \dots, d_v$$

$$q = 1, 2, \dots, d_v \quad (23)$$

【0090】

図14は、ラテン方陣行列  $L_{jq}(i)$  を示す図である。このラテン方陣行列  $L_{jq}(i)$  は、拡張する対象の行列の  $j \times 32 + q$  列目の分割パターンを決める。たとえば、削除により短縮された  $EG(2, 2^5)$  の670列目  $g_{670}(1)$  を

$$g_{670}(1) = \{28 \ 48 \ 84 \ 113 \ 153 \ 220 \ 225 \ 234 \ 268 \ 280 \ 283 \ 284 \ 322 \ 363 \ 374 \ 436 \ 497 \ 507 \ 525 \ 593 \ 600 \ 617 \ 623 \ 625 \ 644 \ 670 \ 701 \ 783 \ 805 \ 818 \ 892 \ 929\}$$

とし、これを重み6の5列と重み2の1列に分割する。対応するラテン方陣  $L_{jq}$

(i) は  $20 \times 32 + 30 = 670$  であるため、

$$L_{21,30}(i) = \{13 \ 19 \ 9 \ 10 \ 16 \ 24 \ 25 \ 28 \ 23 \ 5 \ 8 \ 12 \ 31 \ 14 \ 30 \ 21 \ 4 \ 6 \ 17 \ 715 \ 29 \ 2 \ 3 \ 27 \ 22 \ 26 \ 18 \ 1 \ 20 \ 32 \ 11\}$$

となる。結果として、分割パターンは以下ようになる。

$$\begin{aligned} g_{670,1}(1) &= g_{670}(L_{21,30}(1)) \\ &= \{322 \ 525 \ 268 \ 280 \ 436 \ 625\} \quad i = 1, 2, \dots, 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g_{670,2}(1) &= g_{670}(L_{21,30}(1)) \\ &= \{644 \ 783 \ 623 \ 153 \ 234 \ 284\} \quad i = 7, 8, \dots, 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g_{670,3}(1) &= g_{670}(L_{21,30}(1)) \\ &= \{892 \ 363 \ 818 \ 600 \ 113 \ 220\} \quad i = 13, 14, \dots, 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g_{670,4}(1) &= g_{670}(L_{21,30}(1)) \\ &= \{497 \ 225 \ 374 \ 805 \ 48 \ 84\} \quad i = 17, 18, \dots, 24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g_{670,5}(1) &= g_{670}(L_{21,30}(1)) \\ &= \{701 \ 617 \ 670 \ 507 \ 28 \ 593\} \quad i = 25, 26, \dots, 30 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g_{670,6}(1) &= g_{670}(L_{21,30}(1)) \\ &= \{929 \ 283\} \quad i = 31, 32 \end{aligned}$$

【0091】

一般化すると、 $g_{c,e}(1)$  のためのラテン方陣の要素  $L_{j,q}(i)$  は、下記(24)式で決定する。

【0092】

## 【数 21】

$$\begin{aligned} j &= \lfloor c/d_v \rfloor \\ g &= ((c-1) \bmod d_v) + 1 \end{aligned} \quad \dots(24)$$

## 【0093】

以下では、上記で説明したLDPC符号の特性を比較する。図15は、 $E_b/N_o$ （情報1ビットあたりの信号電力対ノイズ電力比）と誤り率特性（BER）との関係を示す図である。なお、復号法は「Sum-Productアルゴリズム」である。この特性は、図11に示すアンサンブルを使用したものであり、非特許文献2のように規則的に分割した場合と、乱数系列のラテン方陣による分割処理を実行した場合と、の特性比較を示す。

## 【0094】

図15から明らかなように、非特許文献2のような規則的な分割では、「Irregular-LDPC符号」であっても大幅な改善は見込めないが、本実施の形態のランダム分割を実施すると、ループの発生する確率が大幅に減るので性能が画期的に改善される。

## 【0095】

このように、本実施の形態においては、まず、符号化率を決定し、つぎに、行と列の重みが一定かつ最小サイクル数が8となる「整数ラティス構造に基づく基本行列」を生成し、つぎに、生成した基本行列を特定の関係式に基づいて置換し、つぎに、行削除前の条件に基づくガウス近似法の実行により、Irregular-LDPC符号のアンサンブルを暫定的に探索し、つぎに、分割後の行数を考慮して置換後の基本行列を底辺から順に削除し、つぎに、行削除後の条件に基づくガウス近似法の実行により、Irregular-LDPC符号の最適なアンサンブルを探索し、最後に、このアンサンブルに基づいて行削除後の基本行列の重みを所定の手順でランダムに分割する。これにより、確定的で特性が安定し、かつ任意のアンサンブル、任意の符号長、任意の符号化率に対応した「Irregular-LDPC符号」用の検査行列を、短時間で容易に生成できる。

## 【0096】

**【発明の効果】**

以上、説明したとおり、本発明によれば、まず、符号化率を決定し、つぎに、行と列の重みが一定かつサイクル数が6以上となる基本行列を生成し、つぎに、生成した基本行列を特定の関係式に基づいて置換し、つぎに、行削除前の条件に基づくガウス近似法の実行により、Irregular-LDPC符号のアンサンプルを暫定的に探索し、つぎに、分割後の行数を考慮して置換後の基本行列を底辺から順に削除し、つぎに、行削除後の条件に基づくガウス近似法の実行により、Irregular-LDPC符号の最適なアンサンプルを探索し、最後に、この最適なアンサンプルに基づいて行削除後の基本行列の重みをランダムに分割する。これにより、確定的で特性が安定し、かつ任意のアンサンプル、任意の符号長、任意の符号化率に対応した「Irregular-LDPC符号」用の検査行列を、短時間で容易に生成できる、という効果を奏する。

**【図面の簡単な説明】**

【図1】 本発明にかかるLDPC符号用検査行列生成方法を示すフローチャートである。

【図2】 LDPC符号化／復号システムを示す図である。

【図3】  $l(x, y) = m \times x + y + 1$  とし、 $m=5$ 、 $k=3$  とした場合のラティス構造を示す図である。

【図4】 傾き  $s$  の線を単位とする  $m$  個のクラスを示す図である。

【図5】 最小サイクルを8とする集合を設計するためのアルゴリズムを示す図である。

【図6】  $m=5$ 、 $k=3$  とし、図5に示すアルゴリズムを実行した場合の検索結果を示す図である。

【図7】 基本行列の一例を示す図である。

【図8】  $m=353$ 、 $k=10$  とし、図5に示すアルゴリズムを実行した場合の検索結果を示す図である。

【図9】 基本行列の置換（並べ替え）手順のアルゴリズムを示す図である。

【図10】 置換後の基本行列の一例を示す図である。

【図 1 1】 最終的な生成関数  $\lambda(x)$  と生成関数  $\rho(x)$  のアンサンブルを示す図である。

【図 1 2】 従来の論文における分割手順を示す図である。

【図 1 3】 基本のランダム系列  $C(i)$  と基本のランダム系列の置換パターン  $LB_j(i)$  を示す図である。

【図 1 4】 ラテン方阵行列  $L_{jq}(i)$  を示す図である。

【図 1 5】  $E_b/N_o$  と誤り率特性との関係を示す図である。

【図 1 6】 従来の LDPC 符号用の検査行列を示す図である。

【図 1 7】 ユークリッド幾何符号  $EG(2, 2^2)$  の構成を示す図である。

。

【図 1 8】 列の重みを 4 から 2 に規則的に分離した例を示す図である。

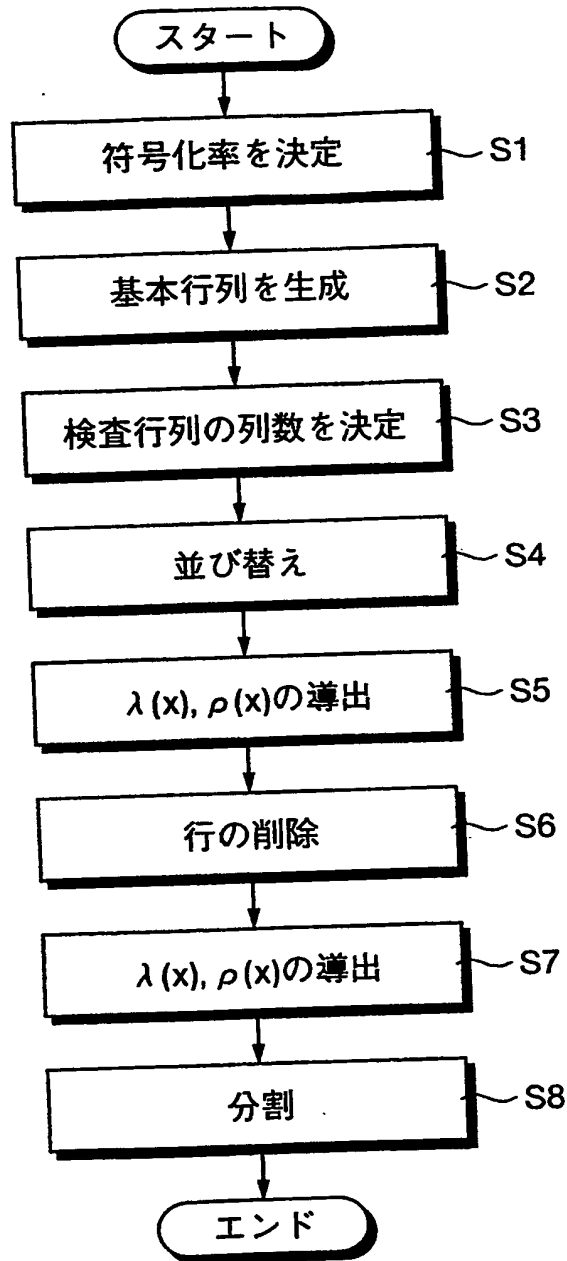
【符号の説明】

1 0 1 符号化器、1 0 2 変調器、1 0 3 通信路、1 0 4 復調器、1 0 5 復号器。

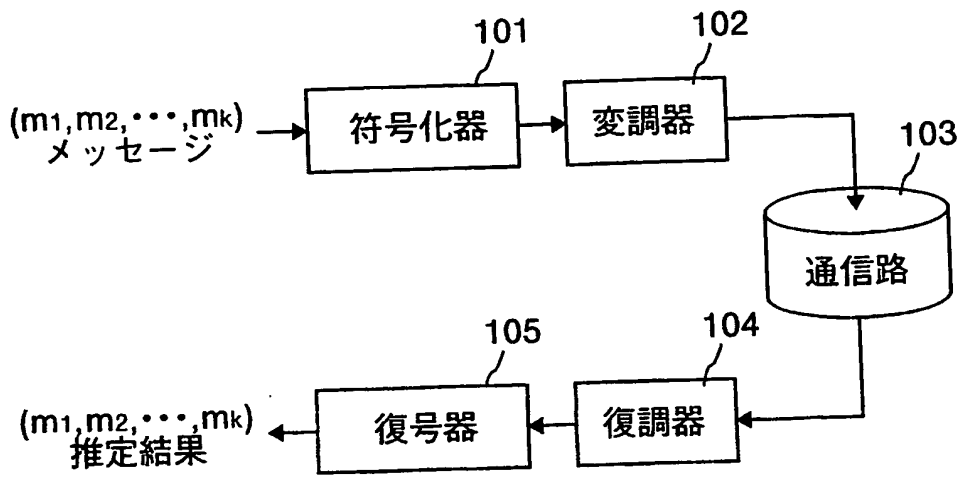
【書類名】

図面

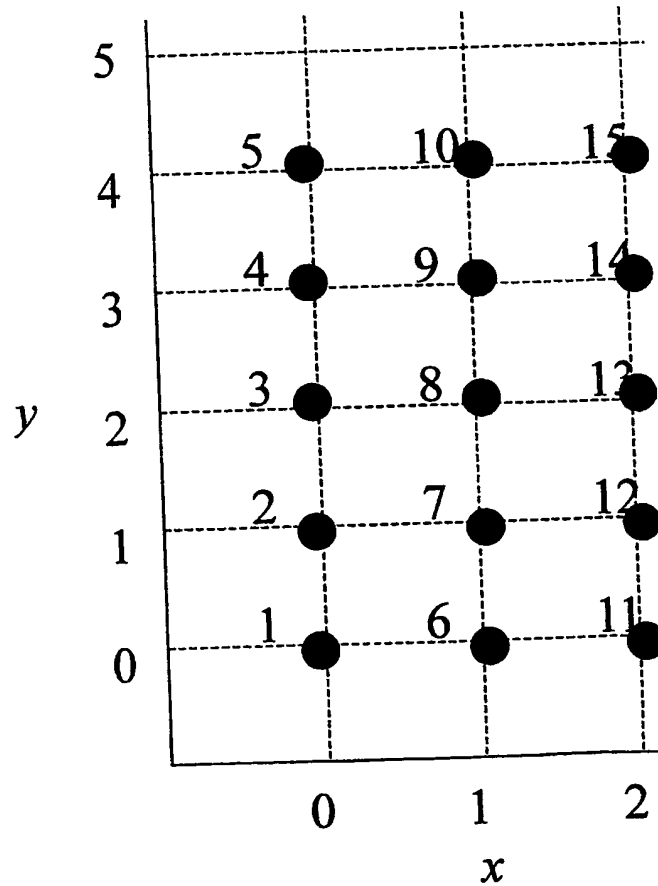
【図 1】



【図 2】



【図 3】



【図 4】

	$s=0$	$s=1$	$s=2$	$s=3$	$s=4$
クラス	{1,6,11}	{1,7,13}	{1,8,15}	{1,9,12}	{1,10,14}
	{2,7,12}	{2,8,14}	{2,9,11}	{2,10,13}	{2,6,15}
	{3,8,13}	{3,9,15}	{3,10,12}	{3,6,14}	{3,7,11}
ブロック	{4,9,14}	{4,10,11}	{4,6,13}	{4,7,15}	{4,8,12}
	{5,10,15}	{5,6,12}	{5,7,14}	{5,8,11}	{5,9,13}

【図 5】

```

 $s=0, S=\{s\}, B'=B(s), S'=\{1,2,\dots,m-1\}.$ 
While  $S' \neq \text{empty set}$ 
   $s=s+1$ 
  if  $g(V, B' \cup B(s))=8$ 
     $S=S \cup \{s\}$ 
     $S'=S' \setminus \{s\}$ 
     $B'=B' \cup B(s)$ 
  else
     $S'=S' \setminus \{s\}$ 
  end
end
end

```

【図 6】

$k$	$m$	$S$	$N= B $	$M= V $	$(dv, dc)$
3	5	0,1	10	15	(3,2)

【図 7】

$$\begin{array}{l}
 p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ p_6 \\ p_7 \\ p_8 \\ p_9 \\ p_{10} \\ p_{11} \\ p_{12} \\ p_{13} \\ p_{14} \\ p_{15}
 \end{array}
 \begin{pmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0
 \end{pmatrix}$$

【図 8】

$k$	$m$	$S$	$N= B $	$M= V $	$(dv, dc)$
10	353	0,1,10,11,23,24,224	2471	3530	(10,7)

【図 9】

**for**  $i = 1$  **to**  $|V|$   
 $R_{k*((i-1) \bmod m) + \lfloor (i-1)/m \rfloor + 1} = R_i$   
**end** .

【図 10】

1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	0	0	1	0	0	1	0	0

【図 11】

Rate	0.5		
	x	$\lambda x$	No.
	2	0.28647619	3008
	3	0.264571429	1852
	4	0.001142857	6
	6	0.138285714	484
	10	0.30952381	650
	x	$\rho x$	No.
	7	1	3000
$\sigma_{GA}$	0.940358043		

【図 12】

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1													
2													
3													
4													
5													
6													
7													
8													
9													
10													
11													
12													
13													

【图 13】

2

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
LB(1)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
LB(2)	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	14	17	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27
LB(3)	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	7	11	2	5	8	11	31	16	20	23	26	29	32	22	1	4	7	10	13	16	19	22
LB(4)	4	8	12	16	20	24	28	32	8	3	18	23	15	19	23	27	11	15	2	6	10	14	18	9	26	30	24	1	5	9	13	17
LB(5)	5	10	15	20	25	30	5	3	17	13	29	10	28	10	1	6	28	14	21	26	31	21	4	20	14	19	14	29	26	2	7	12
LB(6)	6	12	18	24	30	5	12	11	26	23	3	22	4	24	16	22	8	32	3	9	15	6	27	7	2	8	4	20	18	32	1	7
LB(7)	7	14	21	28	3	11	19	7	6	14	9	17	1	31	1	25	13	22	29	20	28	13	31	27	23	31	11	10	25	32	2	
LB(8)	8	16	24	32	8	17	26	27	16	16	25	21	30	15	9	17	5	31	4	12	4	13	22	18	15	12	21	2	2	18	26	29
LB(9)	9	18	27	3	13	23	3	6	25	26	10	8	6	29	24	12	22	12	23	32	25	20	8	5	3	1	11	30	31	11	20	24
LB(10)	10	20	30	7	18	29	10	14	6	21	20	19	6	2	28	2	30	5	15	9	5	31	29	28	27	1	21	23	4	14	19	
LB(11)	11	22	2	11	23	4	17	22	15	19	32	32	20	17	7	19	11	24	18	30	27	17	16	16	16	16	28	12	15	27	8	14
LB(12)	12	24	5	15	28	10	24	30	24	29	6	7	8	11	32	23	16	29	6	1	14	12	3	3	4	5	18	3	7	20	2	9
LB(13)	13	26	8	19	1	16	31	1	5	2	17	19	21	25	10	2	13	10	25	21	19	19	26	27	28	31	8	31	28	13	27	4
LB(14)	14	28	11	23	6	22	1	9	14	12	28	31	10	2	25	18	30	28	7	4	3	4	12	14	17	20	25	22	20	6	21	31
LB(15)	15	30	14	27	11	28	8	17	23	22	2	6	23	16	3	13	10	9	26	24	24	26	21	1	5	9	15	13	12	29	15	28
LB(16)	16	32	17	31	16	3	15	25	32	32	13	18	12	30	18	29	27	8	7	8	11	7	25	30	24	5	4	4	22	9	21	
LB(17)	17	1	20	2	21	9	22	4	5	24	30	25	7	11	8	7	8	7	27	29	18	30	12	18	13	32	32	25	15	3	16	
LB(18)	18	3	23	6	26	15	29	12	13	15	9	5	1	21	26	24	24	26	9	10	13	3	16	23	6	2	22	23	17	8	28	11
LB(19)	19	5	26	10	31	21	6	20	22	25	17	14	12	4	3	4	7	28	30	18	25	2	10	31	28	12	14	9	1	22	6	
LB(20)	20	7	29	14	4	27	13	28	31	8	31	29	27	26	19	19	21	25	10	13	2	10	25	21	19	17	2	5	1	31	16	1
LB(21)	21	9	32	18	8	2	20	7	3	18	5	4	3	3	12	14	1	6	29	16	23	32	11	8	7	6	29	24	30	24	10	28
LB(22)	22	11	1	22	14	8	27	15	12	28	16	16	17	27	30	18	24	11	19	7	17	20	32	32	19	5	12	17	4	23		
LB(23)	23	13	4	26	19	14	4	23	21	1	27	28	29	31	5	9	15	5	30	2	28	2	6	19	20	9	6	14	10	28	18	
LB(24)	24	15	7	30	24	20	11	31	30	11	1	3	5	8	20	25	32	23	12	22	12	24	29	6	8	10	21	9	6	14	10	
LB(25)	25	17	10	1	29	26	18	2	2	21	12	15	18	22	13	4	12	4	31	5	17	9	15	30	21	25	16	16	27	26	17	8
LB(26)	26	19	13	5	2	32	25	10	11	31	23	27	31	13	28	20	29	22	13	25	1	31	1	17	9	14	6	7	19	19	11	3
LB(27)	27	21	16	9	7	1	32	18	20	4	8	2	7	27	6	15	9	3	32	8	22	16	24	4	22	3	23	26	11	12	5	30
LB(28)	28	23	18	13	12	7	2	26	29	14	19	14	20	4	21	31	26	21	14	28	6	1	10	28	10	29	13	17	3	5	30	25
LB(29)	29	25	22	17	17	13	9	5	1	24	30	26	9	18	14	10	6	2	15	11	27	23	19	15	23	18	3	8	32	28	24	20
LB(30)	30	27	25	21	22	19	16	13	10	7	4	1	22	32	29	26	23	20	16	31	11	8	5	2	11	7	30	27	24	21	18	15
LB(31)	31	29	28	25	27	25	23	21	19	17	15	13	11	9	7	5	3	1	17	14	32	30	28	26	24	22	20	18	16	14	12	10
LB(32)	32	31	31	29	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5

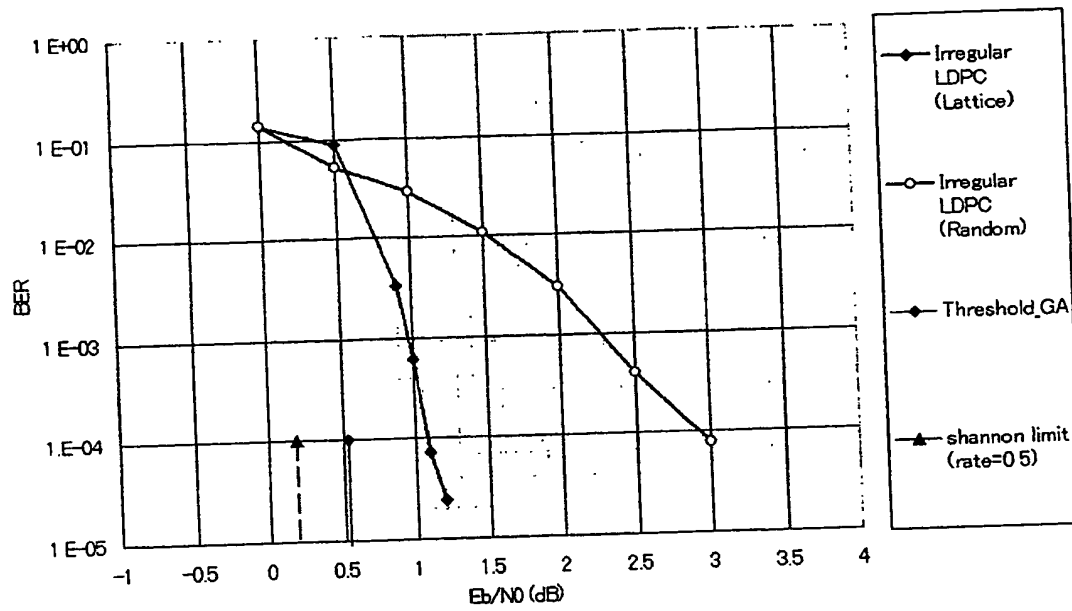
permutation pattern of basic random sequence

Basic Random sequence

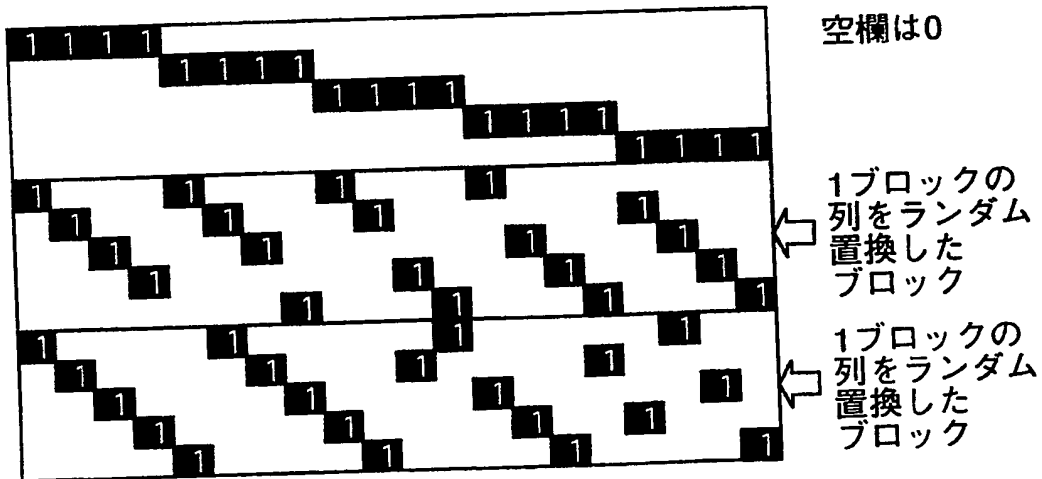
【図14】

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
$L_0(1)$	10	16	24	25	28	23	5	8	12	31	14	30	21	4	6	17	7	15	29	2	3	27	22	26	18	1	20	32	11	13	19	9
$L_0(2)$	16	24	25	28	23	5	8	12	31	14	30	21	4	6	17	7	15	29	2	3	27	22	26	18	1	20	32	11	13	19	9	10
$L_0(3)$	24	25	28	23	5	8	12	31	14	30	21	4	6	17	7	15	29	2	3	27	22	26	18	1	20	32	11	13	19	9	10	16
$L_0(4)$	25	28	23	5	8	12	31	14	30	21	4	6	17	7	15	29	2	3	27	22	26	18	1	20	32	11	13	19	9	10	16	24
$L_0(5)$	28	23	5	8	12	31	14	30	21	4	6	17	7	15	29	2	3	27	22	26	18	1	20	32	11	13	19	9	10	16	24	25
$L_0(6)$	23	5	8	12	31	14	30	21	4	6	17	7	15	29	2	3	27	22	26	18	1	20	32	11	13	19	9	10	16	24	25	28
$L_0(7)$	5	8	12	31	14	30	21	4	6	17	7	15	29	2	3	27	22	26	18	1	20	32	11	13	19	9	10	16	24	25	28	23
$L_0(8)$	8	12	31	14	30	21	4	6	17	7	15	29	2	3	27	22	26	18	1	20	32	11	13	19	9	10	16	24	25	28	23	5
$L_0(9)$	12	31	14	30	21	4	6	17	7	15	29	2	3	27	22	26	18	1	20	32	11	13	19	9	10	16	24	25	28	23	5	8
$L_0(10)$	31	14	30	21	4	6	17	7	15	29	2	3	27	22	26	18	1	20	32	11	13	19	9	10	16	24	25	28	23	5	8	12
$L_0(11)$	14	30	21	4	6	17	7	15	29	2	3	27	22	26	18	1	20	32	11	13	19	9	10	16	24	25	28	23	5	8	12	31
$L_0(12)$	30	21	4	6	17	7	15	29	2	3	27	22	26	18	1	20	32	11	13	19	9	10	16	24	25	28	23	5	8	12	31	14
$L_0(13)$	21	4	6	17	7	15	29	2	3	27	22	26	18	1	20	32	11	13	19	9	10	16	24	25	28	23	5	8	12	31	14	30
$L_0(14)$	4	6	17	7	15	29	2	3	27	22	26	18	1	20	32	11	13	19	9	10	16	24	25	28	23	5	8	12	31	14	30	21
$L_0(15)$	6	17	7	15	29	2	3	27	22	26	18	1	20	32	11	13	19	9	10	16	24	25	28	23	5	8	12	31	14	30	21	4
$L_0(16)$	17	7	15	29	2	3	27	22	26	18	1	20	32	11	13	19	9	10	16	24	25	28	23	5	8	12	31	14	30	21	4	6
$L_0(17)$	7	15	29	2	3	27	22	26	18	1	20	32	11	13	19	9	10	16	24	25	28	23	5	8	12	31	14	30	21	4	6	17
$L_0(18)$	15	29	2	3	27	22	26	18	1	20	32	11	13	19	9	10	16	24	25	28	23	5	8	12	31	14	30	21	4	6	17	7
$L_0(19)$	29	2	3	27	22	26	18	1	20	32	11	13	19	9	10	16	24	25	28	23	5	8	12	31	14	30	21	4	6	17	7	15
$L_0(20)$	2	3	27	22	26	18	1	20	32	11	13	19	9	10	16	24	25	28	23	5	8	12	31	14	30	21	4	6	17	7	15	29
$L_0(21)$	3	27	22	26	18	1	20	32	11	13	19	9	10	16	24	25	28	23	5	8	12	31	14	30	21	4	6	17	7	15	29	2
$L_0(22)$	27	22	26	18	1	20	32	11	13	19	9	10	16	24	25	28	23	5	8	12	31	14	30	21	4	6	17	7	15	29	2	3
$L_0(23)$	22	26	18	1	20	32	11	13	19	9	10	16	24	25	28	23	5	8	12	31	14	30	21	4	6	17	7	15	29	2	3	27
$L_0(24)$	26	18	1	20	32	11	13	19	9	10	16	24	25	28	23	5	8	12	31	14	30	21	4	6	17	7	15	29	2	3	27	22
$L_0(25)$	18	1	20	32	11	13	19	9	10	16	24	25	28	23	5	8	12	31	14	30	21	4	6	17	7	15	29	2	3	27	22	26
$L_0(26)$	1	20	32	11	13	19	9	10	16	24	25	28	23	5	8	12	31	14	30	21	4	6	17	7	15	29	2	3	27	22	26	18
$L_0(27)$	20	32	11	13	19	9	10	16	24	25	28	23	5	8	12	31	14	30	21	4	6	17	7	15	29	2	3	27	22	26	18	1
$L_0(28)$	32	11	13	19	9	10	16	24	25	28	23	5	8	12	31	14	30	21	4	6	17	7	15	29	2	3	27	22	26	18	1	20
$L_0(29)$	11	13	19	9	10	16	24	25	28	23	5	8	12	31	14	30	21	4	6	17	7	15	29	2	3	27	22	26	18	1	20	32
$L_0(30)$	13	19	9	10	16	24	25	28	23	5	8	12	31	14	30	21	4	6	17	7	15	29	2	3	27	22	26	18	1	20	32	11
$L_0(31)$	19	9	10	16	24	25	28	23	5	8	12	31	14	30	21	4	6	17	7	15	29	2	3	27	22	26	18	1	20	32	11	13
$L_0(32)$	9	10	16	24	25	28	23	5	8	12	31	14	30	21	4	6	17	7	15	29	2	3	27	22	26	18	1	20	32	11	13	19

【図15】



【図16】



	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>	C <sub>6</sub>	C <sub>7</sub>	C <sub>8</sub>	C <sub>9</sub>	C <sub>10</sub>	C <sub>11</sub>	C <sub>12</sub>	C <sub>13</sub>	C <sub>14</sub>	C <sub>15</sub>
R <sub>1</sub>	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
R <sub>2</sub>	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
R <sub>3</sub>	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
R <sub>4</sub>	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
R <sub>5</sub>	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
R <sub>6</sub>	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0
R <sub>7</sub>	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1
R <sub>8</sub>	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
R <sub>9</sub>	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0
R <sub>10</sub>	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0
R <sub>11</sub>	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1
R <sub>12</sub>	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
R <sub>13</sub>	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0
R <sub>14</sub>	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1
R <sub>15</sub>	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1

【図 18】

【書類名】 要約書

【要約】

【課題】 確定的で特性が安定しかつ任意のアンサンブルに対応した検査行列を容易に探索可能な検査行列生成方法を得ること。

【解決手段】 「Irregular-LDPC符号」用の検査行列を生成するために、符号化率を決定するステップS1と、所定の基準を満たす基本行列を生成するステップS2と、検査行列の列数を決定するステップS3と、基本行列の行を特定の関係式に基づいて置換するステップS4と、ガウス近似法の実行により重みのアンサンブルを暫定的に探索するステップS5と、分割後の行数を考慮して置換後の基本行列の行を底辺から順に削除するステップS6と、行削除後の所定の条件に基づくガウス近似法の実行により重みの最適なアンサンブルを探索するステップS7と、このアンサンブルに基づいて行削除後の基本行列の重みをランダムに分割するステップS8と、を含むことを特徴とした。

【選択図】 図1

特願 2 0 0 3 - 0 5 3 1 6 2

出 願 人 履 歴 情 報

識別番号

[ 0 0 0 0 0 6 0 1 3 ]

1. 変更年月日

1 9 9 0 年 8 月 2 4 日

[変更理由]

新規登録

住 所

東京都千代田区丸の内 2 丁目 2 番 3 号

氏 名

三菱電機株式会社